

Exercice p.47 on a $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

- la famille (\vec{v}_1, \vec{v}_3) est-elle libre ?

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ -x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 = 0 \end{cases}$$

Donc la famille (\vec{v}_1, \vec{v}_3) est libre.

- la famille (\vec{v}_2, \vec{v}_3) est-elle libre ?

Oui, car \vec{v}_3 n'est pas un multiple de \vec{v}_2
(les vecteurs ne sont pas colinéaires)

- la famille (\vec{v}_1) est-elle libre ?

Oui, car \vec{v}_1 n'est pas le vecteur nul:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x_1 = 0$$